

K. Pearson
Source :
Google image
Wikipedia
Khi-2



La couleur des cheveux est-elle liée à celle des yeux ? Guérison ou non d'une maladie et type de traitement ont-ils quelque chose à voir l'une avec l'autre ? Avoir un QI élevé ou faible et milieu social sont-ils indépendants ?

Notre culture, nos habitudes de penser, et une part de notre propre jugement nous amènent à établir des associations entre phénomènes sans que nous puissions toutefois apporter des preuves de ces liens. Le travail du statisticien peut nous permettre de trouver une certaine sérénité en mettant à notre disposition un modèle qui a pour objet de tester des hypothèses. Je fais allusion à l'un des tests d'hypothèses notamment **le test du χ^2 ou khi-2 d'indépendance**. **Avant d'aller plus loin, vous pouvez consulter quelques éléments biographiques**

Le vocabulaire statistique

- Indépendance statistique
- χ^2 observé
- χ^2 théorique
- Risque d'erreur (alpha)
- H_0 (hypothèse d'indépendance)
- H_1 (hypothèse antagoniste)
- Tableau de contingence
- Degré de liberté
- Effectif marginal

Les 360 personnes célibataires de l'échantillon aléatoire réparties selon le genre et la couleur de la voiture.

	Hommes	Femmes	Total
Rouge	85	15	100
Verte	39	87	126
Noire	73	61	134
Total	197	163	360

En vert effectifs marginaux

Tableau des effectifs théoriques sous l'hypothèse nulle (H_0).

	Hommes	Femmes	Total
Rouge	55	45	100
Verte	69	57	126
Noire	73	61	134
Total	197	163	360

En jaune, effectifs théoriques si les caractères étaient indépendants.

Exemples de calcul des valeurs dans les cases :

$$(100 \cdot 197) / 360 = 55$$

$$(134 \cdot 163) / 360 = 61$$

On pose l'hypothèse H_0 . Il n'y a pas de relation entre les caractères «genre» et «couleur de la voiture».

On fixe le risque d'erreur alpha de rejet de H_0 à tort. En sciences sociales, on fixe ce seuil à 5%. Seuil à ne pas dépasser pour ne pas rejeter l'hypothèse nulle.

On détermine le degré de liberté :

$V = (k-1) \cdot (p-1)$, k étant le nombre de lignes et p représente le nombre de colonnes (hors effectifs marginaux), soit 2.

On lit la valeur de Chi-2 dans la table de distribution de Chi-2 (loi de K. Pearson). Avec alpha égal à 0,05 et un degré de liberté égal à 2, **χ^2 théorique = 5,99. Voir annexe.**

On détermine la valeur Chi-2 du tableau :

$$\chi^2_{\text{calculé}} = (85-55)^2/55 = 16,4 + (15-45)^2/45 = 20 + \dots$$

Le premier terme est supérieur à la valeur tabulée du **χ^2** . Donc inutile d'aller plus loin.

Par conséquent, les observateurs ne permettent pas, au risque (alpha) $\alpha = 5\%$ de retenir l'hypothèse H_0 d'indépendance entre le genre et la couleur de la voiture (les deux caractères qualitatifs). Les observations ne sont pas distribuées au hasard.

Annexe

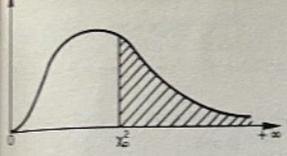


TABLE DE LA DISTRIBUTION DE χ^2
(LOI DE K. PEARSON)
Valeurs de χ^2 ayant la probabilité P
d'être dépassée

P	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010
1	0,000 16	0,000 98	0,003 93	0,015 8	2,71	3,84	5,02	6,63
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,60	5,99	7,38	9,21
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,24
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,1	13,28
5	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,8	15,09
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,0	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,0	18,47
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,5	20,09
9	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,0	21,66
10	2,56	3,25	3,94	4,86	15,99	18,31	20,5	23,21
11	3,05	3,82	4,57	5,58	17,27	19,67	21,9	24,72
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,3	26,22
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,7	27,69
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,1	29,14
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,5	30,58
16	5,81	6,91	7,96	9,33	23,54	26,29	28,8	32,00



A votre tour de déterminer si les deux caractères (opinions à propos de deux produits A, B, sans opinion et trois groupes de ménagères en fonction de critères socio-économiques) sont indépendants. On vous donne le tableau qui permet de calculer le Khi-2 pour un seuil de signification de 5 %. N'oubliez pas de calculer le degré de liberté. Grp : groupe. SO : sans opinion.

	Grp 1	Grp 2	Grp 3
A	1, 282	0	1, 958
B	4, 992	1,908	1, 908
SO	0, 601	2, 296	0, 341

Sites internet et vidéos :

- En français

<http://spss.espaceweb.usherbrooke.ca/pages/statistiques-inferentielles/test-de-chi-2.php>

<https://youtu.be/-Xn1nmHjnHU>

<https://youtu.be/3BCPJFYoG6s>

Permet d'utiliser SPSS

http://grasland.script.univ-paris-diderot.fr/STAT98/stat98_8/stat98_8.htm

Histoire de K. Pearson :

<http://www.bibmath.net/dico/index.php?action=affiche&quoi=c/chideux/test.html>

<https://youtu.be/JK4cbREvtqI>

http://bernardoliva.free.fr/Le_test_du_KHI-2/index.html

http://www.info.univ-angers.fr/~gh/wstat/Perfectionnement_R/mazerolle-khi-carre.pdf

- En anglais (MIT, sur les statistiques) :

https://youtu.be/VPZD_ajj8H0

Livres :



- ✓ Problèmes de Statistiques posés aux examens du DEUG de sciences économiques. C. Dhuin, ellipses, 1991.
- ✓ Probabilités et inférence statistique. N. Abboud et J. F. Audroing. Nathan supérieur/ économie, 1989.

